

ЗАДАНИЯ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА  
ОЛИМПИАДЫ «Я – БАКАЛАВР»  
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-11 КЛАССОВ  
2022/2023 учебный год

ПО МАТЕМАТИКЕ

КЛАСС 8

ШИФР 61-8-М-30

**Задание 1.**

Дана окружность с центром в точке  $O$  и радиусом  $R$ . На окружности отметили две точки  $A$  и  $B$  так, что  $\angle AOB = 20^\circ$ . Докажите, что длина отрезка  $AB$  больше чем  $\frac{1}{3}$  радиуса.

**Задание 2.**

Четыре одинаковых насоса, работая вместе, наполнили нефтью первый танкер и треть второго танкера (другого объема) за 11 часов. Если бы три насоса наполнили первый танкер, а затем один из них наполнил бы четверть второго танкера, то работа бы заняла бы 18 часов. За сколько часов три насоса могут наполнить второй танкер?

**Задание 3.**

Пусть  $f(x) = x^2 - 5x + 2023$ . Решите уравнение  $f(3 - x) = f(3x - 1)$

**Задание 4.**

На доске написаны все натуральные числа от 1 до 2023. Случайно стерли одно из чисел. Выяснилось, что среднее арифметическое оставшихся чисел совпадает с удаленным числом. Какое число случайно стерли?

**Задание 5.**

На стороне  $AC$  равностороннего треугольника  $ABC$  отмечена точка  $D$ . На отрезках  $AD$  и  $DC$  во внешнюю сторону от исходного треугольника построены равносторонние треугольники  $ADE$  и  $DCF$ .

- 1) При каком отношении  $AD:DC$  треугольник  $DEF$  будет прямоугольным?
- 2) При каком отношении  $AD:DC$  отношение площадей треугольников  $ABC$  и  $DEF$  будет минимальным?

1	2	3	4	5
0	0	10	25	15

Σ 50

математика

предмет

ШИФР 61-8-М-30

53

$$\text{т.к. } f(x) = x^2 - 5x + 2023 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(3-x) = (3-x)^2 - 5(3-x) + 2023$$

$$f(3x-1) = (3x-1)^2 - 5(3x-1) + 2023$$

$$\text{т.к. } f(3-x) = f(3x-1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (3-x)^2 - 5(3-x) + 2023 = (3x-1)^2 - 5(3x-1) + 2023$$

$$9 - 2 \cdot 3x + x^2 - 15 + 5x + 2023 = 9x^2 - 2 \cdot 3x + 1 - 15x + 5 + 2023$$

$$x^2 - 9x^2 - 6x + 5x + 6x + 15x + 9 - 15 - 1 - 5 = 0$$

$$-8x^2 + 20x - 12 = 0$$

$$8x^2 - 20x + 12 = 0$$

$$24x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$D = (-5)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3 = 25 - 48 = -23$$

корней нет т.к.  $D < 0$

Ответ: корней нет

108

математика

предмет

ШИФР 62-8-М-30

БЧ

25

Обозначим первое число за  $x$ .

Тогда по условию  $\frac{1+2+3+\dots+2023-x}{2022} = x$

Т.к. нам не известно какое  $x$  то отсюда (1; 2023) мы его отнимаем это бы получило среднее арифметическое и делим на 2022 т.к. всего было 2023 чисел - 1 = 2022. И решаем это простое уравнение.

$$\frac{1+2+3+\dots+2023-x}{2022} = x$$

$$1+2+3+\dots+2023-x = 2022x$$

$$1+2+3+\dots+2023 = 2023x$$

$$0+1+2+3+\dots+2023 = 2023x$$

Складываем первое с последним

$$0+1+2+3+\dots+2021+2022+2023 = 2023x$$

Всумме крайние пара дает 2023 таких пар  $\frac{2024}{2}$

$$2023 \cdot \frac{2024}{2} = x \cdot 2023$$

$$\frac{2024}{2} = x$$

$$x = 1012$$

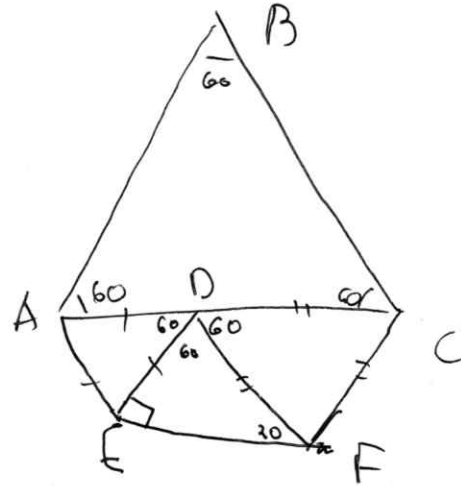
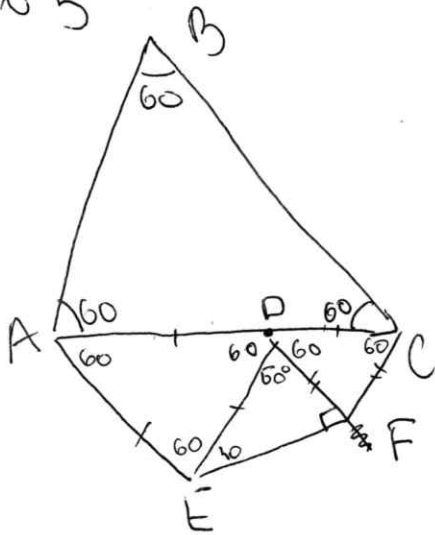
Ответ: 1012

математика

предмет

ШИФР 61-8-М-30

55



158

- 1) т.к.  $\triangle ADE$  - равностор  $\angle ADE = \angle AED = 60^\circ$   
т.к.  $\triangle DCF$  - равностор  $\angle CDF = \angle C = 60^\circ \Rightarrow \angle EDF = 180 - 60 - 60 = 60^\circ$

соотв. суммарно углов  $\angle DEF$  или  $\angle DFE = 90^\circ$

а углы  $\hat{D}$  соотв.  $180 - 90 - 60 = 30^\circ$

как катет равен гипотенузы угла в  $30^\circ = \frac{1}{2}$  гипотенузы

соотв. либо  $\frac{1}{2} DE = DF$  либо  $\frac{1}{2} DF = DE \Rightarrow$

$\Rightarrow DE = 2DF$  либо  $DF = 2DE$

т.к.  $DE = AD$  (т.к.  $\triangle ADE$  - равностор) и  $DF = DC$  (т.к.  $\triangle DCF$  - равностор)

$$\frac{AD}{DC} = \frac{DE}{DF} = \frac{2}{1} \text{ либо } \frac{AD}{DC} = \frac{DE}{DF} = \frac{1}{2} \quad +$$

Ответ: 1; 2

- 2) при отнесении  $\frac{AD}{DC} = 1$  условием когда  $AD = DC$  и  $\triangle DEF$  - равностор тогда  $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DEF}} = k^2$  а  $k = \frac{AB}{DE} = \frac{2}{1}$

соотв.  $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DEF}} = 2^2 = 4$

Ответ: 1