

ЗАДАНИЯ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА
ОЛИМПИАДЫ «Я – БАКАЛАВР»
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-11 КЛАССОВ
2022/2023 учебный год

ПО МАТЕМАТИКЕ

КЛАСС 9

ШИФР 61-09-М-05

Задание 1.

Число 38 разложите на три слагаемых так, что первое относится ко второму как 2: 3, а произведение первого слагаемого на третье минус квадрат второго было бы максимальным. Найдите эти слагаемые.

Задание 2.

Решите систему уравнений
$$\begin{cases} |x^4 - 625x^2| \neq x^4 - 625x^2, \\ |6x^2 - 257x + 25| + 6x^2 - 257x + 251 = 0. \end{cases}$$

Задание 3.

В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD равны и перпендикулярны. Найдите площадь треугольника ABC , если $AB = \sqrt{13}$.

Задание 4.

Решите уравнение $(x^2 - x + 1) \cdot (3x^2 - 10x + 3) = 20x^2$.

Задание 5.

При каких натуральных m и n ($n > m$) выражение $\sqrt{n(n+3)(n+6)(n+9)+81} - \sqrt{m(m+3)(m+6)(m+9)+81}$ делится на 13?

1 | 2 | 3 | 4 | 5
 10 | 20 | 30 | 40 | 50

Заключительный этап Олимпиады «Я – бакалавр»
 для обучающихся 5-11 классов 2022/2023 уч. год

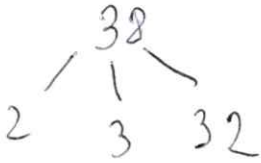
$\Sigma 45$

МАТЕМАТИКА
 предмет

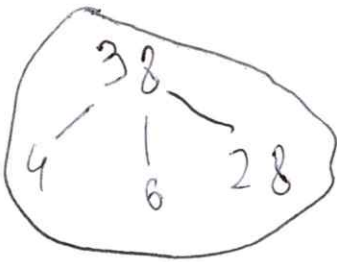
ШИФР 01-09-01-05

ш1.

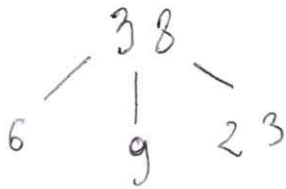
105



$64 - 9 = 55$ - не подходит



$112 - 36 = 76$ - подходит



$138 - 81 = 57$ - не подходит

Ответ: $4 + 6 + 28$ - три слагаемых числа 38

ш2.

Ответ: корней нет
 (решение в черновике).

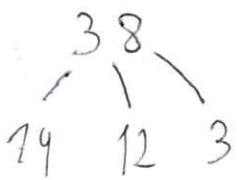
ш4.

15.

$$x_1 = \frac{5 - \sqrt{21}}{2}$$

$$x_2 = \frac{5 + \sqrt{21}}{2}$$

(решение в черновике).

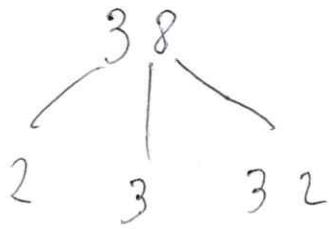


$$42 - 21^2$$

$$42 - 441 < 0$$

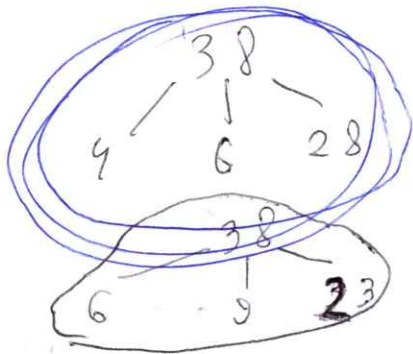
- не подходит

∩1.



$$322 - 64 - 9 = 55$$

- не подходит

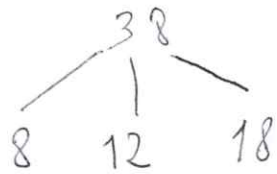


$$112 - 36 = 76$$

нужные
слагаемые

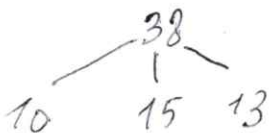
$$138 - 81 = 57$$

- не подходит



$$144 - 144 = 0$$

- не подходит



$$130 - 225 < 0$$

- не подходит

Ответ: 4 + 6 + 28 - три слагаемых
числа 38

∩2.

$$\begin{cases} |x^4 - 625x^2| \neq x^4 - 625x^2 \\ 16x^2 - 257x + 251 + 6x^2 - 257 + 251 = 0 \end{cases}$$

200

Из первого неравенства имеем.

$$x^4 - 625x^2 < 0$$

$$x^2(x^2 - 625) < 0$$

$$x^2(x - 25)(x + 25) < 0$$



$$x \in (-25; 0) \cup (0; 25)$$

$$1) x \in (-25; 0) \Rightarrow 6x^2 - 257x + 25 > 0 \Rightarrow |6x^2 - 257x + 25| = 6x^2 - 257x + 25$$

$$6x^2 - 257x + 25 + 6x^2 - 257x + 25 = 0$$

$$12x^2 - 514x + 246 = 0$$

$$6x^2 - 257x + 138 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{257 \pm \sqrt{62437}}{12}$$

$\sqrt{62437} < 257$, т. к. $62437 < 257^2 \Rightarrow x_1 > 0$ и $x_2 > 0$,
 т. е. $x_1 \notin (-25, 0)$ и $x_2 \notin (-25, 0) \Rightarrow$ при $x \in (-25, 0)$
 корней нет.

$$2) x \in (0, 25) \Rightarrow 6x^2 - 257x + 25 < 0 \Rightarrow |6x^2 - 257x + 25| =$$

$$-6x^2 + 257x - 25 \Rightarrow -6x^2 + 257x - 25 + 6x^2 - 257x + 25 = 0$$

$226 = 0$ - неверно \Rightarrow при $x \in (0, 25)$

корней нет!

Ответ: корней нет.

w4

~~$(x^2 - x + 1) \cdot (3x^2 - 10x + 3) = 20x^2$~~

~~$n=3$~~
 ~~$n=1$~~

~~w5~~

~~$\sqrt{n(n+3)(n+6)(n+9)+81} = \sqrt{m(m+3)(m+6)(m+9)+81}$~~
 ~~$\sqrt{7(7+3)(7+6)(7+9)+81} = \sqrt{3(3+3)(3+6)(3+9)+81}$~~

~~$7 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 10$~~

~~$\sqrt{280+81}$~~

~~$\sqrt{3(3+3)(3+6)(3+9)+81} = \sqrt{7(7+3)(7+6)(7+9)+81}$~~

~~$\sqrt{3 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 12 + 81}$~~

w4

$(x^2 - x + 1) \cdot (3x^2 - 10x + 3) = 20x^2$

$3x^4 - 10x^3 + 3x^2 - 3x^3 + 10x^2 - 3x^2 + 3x^2 - 10x + 3 = 20x^2$

$3x^4 - 13x^3 + 16x^2 - 13x + 3 = 20x^2$

$3x^4 - 13x^3 + 16x^2 - 13x + 3 - 20x^2 = 0$

$3x^4 - 15x^3 + 2x^3 - 4x^2 + 2x - 15x + 3 = 0$

$3x^4 - 15x^3 + 2x^3 + 3x^2 - 10x^2 + 3x^2 + 2x - 15x + 3 = 0$

$3x^2 \cdot (x^2 - 5x + 1) + 2x \cdot (x^2 - 5x + 1) + 3(x^2 - 5x + 1) = 0$

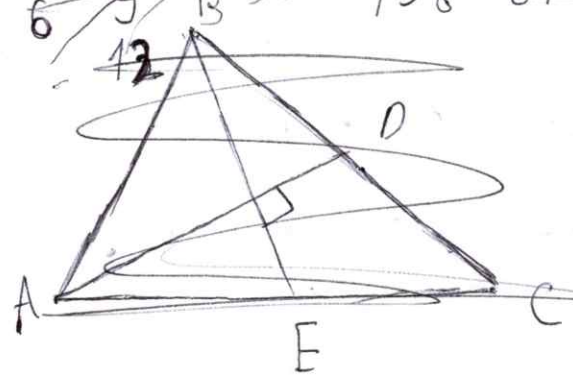
$(x^2 - 5x + 1) \cdot (3x^2 + 2x + 3) = 0$ $x^2 - 5x + 1 = 0$ $3x^2 + 2x + 3 = 0$

Omben:
 $x_1 = \frac{5 - \sqrt{21}}{2}$ $x_2 = \frac{5 + \sqrt{21}}{2}$

$x^2 - 5x + 1 = 0$
 $3x^2 + 2x + 3 = 0$
 $x_1 = \frac{5 - \sqrt{21}}{2}$
 $x_2 = \frac{5 + \sqrt{21}}{2}$

w1

~~3 8~~
~~24 21 3 42 = 27^2 42 = 114~~
~~2 9 32 64 - 9 = 55~~
~~4 6 28 112 - 36 = 76~~
~~6 9 33 198 - 81 = 117~~ w 3



~~BE - successore~~
~~AD - sequela~~
~~BE = AD~~
~~AB = AC~~
~~∠ABC = 2~~

~~$x^2 - 25x + 25 = 0$~~
 ~~$x^2 - 25x + 25 = 0$~~

~~$(x^2 - 25x) + (x^2 - 25x) + (x^2 - 25x) + (x^2 + 25x)$~~

~~$x(x-25) \cdot x(x+25) = 2x(x-25)(x^2+25)$~~

w4

$$x_1 = \frac{5 - \sqrt{21}}{2}$$

$$x_2 = \frac{5 + \sqrt{21}}{2}$$