Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Донской государственный технический университет»

ЗАДАНИЯ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА
ОЛИМПИАДЫ «Я – БАКАЛАВР»
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-11 КЛАССОВ
2021/2022 учебный год

Σ 90

ПО МАТЕМАТИКЕ

1	2	3	4	5
5	20	15	25	25

КЛАСС 9

ШИФР 61-9-М-45

Задание 1.
Сколько членов числовой последовательности 32, 28, 24, 20, 16..., начиная с первого, надо сложить, чтобы получить сумму, равную 132?

Задание 2.
Дано выражение $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$, где x и y – натуральные числа. Если число x увеличить на 2, а число y уменьшить на 2, то значение этого выражения не изменится. Докажите, что $xy+1$ – квадрат целого числа.

Задание 3.
В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ известно, что $\angle ADC = 60°$, $AB = AD = DC$. Найдите $\angle ABD$, если $\angle BCA = 65°$. Ответ дайте в градусах.

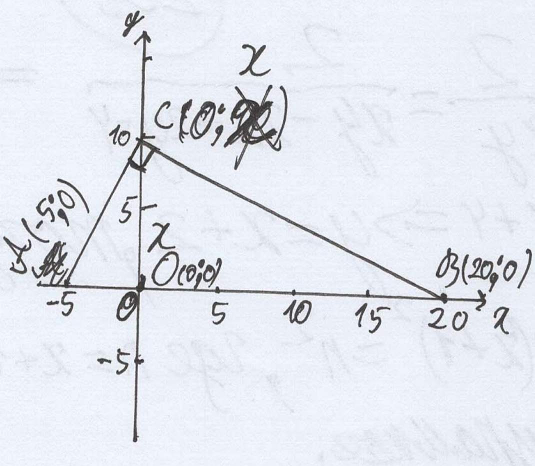
Задание 4.
Назовем натуральное число интересным, если произведение его цифр больше суммы его цифр. Найдите наименьшее интересное четырехзначное число.

Задание 5.
На координатной плоскости изображена парабола – график квадратного трехчлена $y = ax^2 + bx + c$. Известны координаты точек $A(-5;0)$ и $B(20;0)$ – пересечения данной параболы с осью Ox. Точка C – пересечение данной параболы с осью Oy – расположена выше оси Ox. Также известно, что $\angle ACB = 90°$. Найдите коэффициенты a, b, c квадратного трехчлена.

25б

№4

Наименьшее четырёхзначное число 1000, тогда рассмотрим число 1119 произведение его цифр 9 а сумма 12 $\Rightarrow$ нам нужно число в котором будут две цифры не равных 1 так у нас в числе не может быть нулей так как тогда произведение всегда будет 0. Проверим число 1124 — произведение равно 8 и сумма равна 8, но нам нужно число в котором произведение больше суммы $\Rightarrow$ возьмём число 1125; произведение -10, сумма -9, подходит под все условия. Ответ: 1125.



№5

Рассмотрим три Δ, ΔABC; ΔAOC; ΔCOB.

$CO^2+BO^2=CB^2 \Rightarrow CB^2=x^2+400$

$AC^2=AO^2+CO^2 \Rightarrow AC^2=x^2+25$

$AB^2=CB^2+AC^2 \Rightarrow 625=x^2+400+x^2+25$

$\Rightarrow 2x^2=200 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=10 \\ x=-10 \text{ не возможно (точка C выше Ox)} \end{array}\right.$

тогда: $ax^2+bx+c = a(x+5)(x-20)=ax^2-15ax-100a$, но $-100a=10 \Rightarrow a=-0{,}1 \Rightarrow b=1{,}5$

Ответ: $a=-0{,}1$; $b=1{,}5$; $c=10$.

25

МАТЕМАТИКА
предмет

ШИФР 61-9-М-45

5б не все решил!

№1

Рассморим ~~уже~~ представленные члены их сумма равна:

$32+28+24+20+16=60+40+20=120$

так как числовая последовательность представленная в задаче алгебраическая ~~н~~ убывающая ~~по~~ прогрессия с шагом $d=-4$, то слудующее число $12=16-4$; и как раз $120+12=132$, тогда надо сложить 6 членов.

№2

20б

$$\frac{1}{x}^{\cdot y}+\frac{1}{y}^{\cdot x}=\frac{1}{x+2}^{\cdot y-2}+\frac{1}{y-2}^{\cdot x+2} \Rightarrow \frac{2}{xy}=\frac{2}{xy-2x+2y-4} \Rightarrow$$

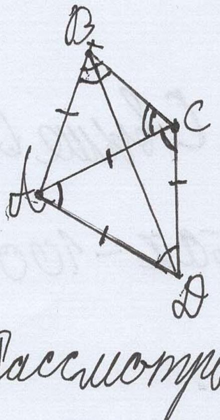
$$\Rightarrow xy+2y-2x-4=xy \Rightarrow 2y=2x+4 \Rightarrow y=x+2, \text{ тогда}$$

$\cancel{\frac{D}{xy}=1}$

$$xy+1=x(x+2)+1=x^2+2x+1=(x+1)^2=n^2, \text{ где } n=x+1,$$

также n целое так как x − натуральное.

№3



Дано: $ABCD$ − четырёх.
$\angle ADC=60^\circ$, $AB=AD=DC$, $\angle BCA=65^\circ$
Найти: $\angle ABD$

15б

Рассмотрим треугольник ACD он равнобед. и $\angle ADC=60^\circ \Rightarrow \angle DAC = \angle DCA = \frac{180-60}{2}=60^\circ \Rightarrow \triangle ACD$ − равносторон. ($AC=AD=CD$); тогда $AB=AC \Rightarrow \triangle ABC$ − равнобедренный $\Rightarrow \angle ABC=\angle ACB=65^\circ \Rightarrow \angle BAC=180-65\cdot 2=50^\circ \Rightarrow \angle BAD=50^\circ+60^\circ=110^\circ$. $\triangle ABD$ − равнобед. $\Rightarrow \angle ABD=\angle ADB=\frac{180-110}{2}=35^\circ$. Ответ: 35°