

ЗАДАНИЯ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА
ОЛИМПИАДЫ «Я – БАКАЛАВР»
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-11 КЛАССОВ
2021/2022 учебный год

ПО МАТЕМАТИКЕ

1	2	3	4	5
15	10	20	0	20

КЛАСС 8

ШИФР 61-8-М64

Задание 1.

Если в произведении двух натуральных чисел один сомножитель увеличить на 2, а другой уменьшить на 2, то произведение чисел не изменится. Докажите, что если к этому произведению прибавить 1, то получится квадрат целого числа.

Задание 2.

Илья, Денис, Кирилл и Игорь посещают разные кружки – борьбу, плавание, теннис и баскетбол. Илья занимается не борьбой, не теннисом и не плаванием. Денис - не плаванием и не борьбой. Кирилл - не борьбой. Чем занимается каждый из мальчиков?

Задание 3.

На основании AC равнобедренного треугольника ABC отмечена точка D так, что $AD = AB$. В треугольнике провели биссектрису AL (точка L лежит на отрезке BC). Найдите длину стороны AC , если $AB=1$ и $DL = DC$.

Задание 4.

Вычислите $x^3 + \frac{1}{x^3}$, если известно, что $x + \frac{1}{x} = 3$.

Задание 5.

Пусть a, b, c – стороны треугольника. Докажите, что
$$(a^2 - b^2 - c^2)^2 < 4b^2c^2$$

Математика

предмет

ШИФР 61-8-М64

Задача №1

150

Решение:

$$xy = (x-2)(y+2) \quad xy = xy + 2x - 2y - 4$$

$$2x - 2y = 4 \quad x - y = 2 \quad x = 2 + y$$

$$xy + 1 = (2+y)(y+1) = 2y + y^2 + 1 = y^2 + 2y + 1 = (y+1)^2$$

Ответ: Если к этому произведению
добавить еще одну полноту квадрата
целого числа

Задача №2

	Дороба	Шаване	Шенкс	Таскетол
Улья	—	—	—	+
Денас	—	—	+	
Карим	—	+		
Угорь	+			

100

нет ответа
целое

Ответ: Улья - Таскетол, Денас - Шенкс
Карим - Шаване, Угорь - Дороба

3

Задача №5

Решение:

$$(a^2 - b^2 - c^2)^2 < 4b^2c^2$$

205

$$a^2 - b^2 - c^2 < 2bc \quad a^2 < b^2 + 2bc + c^2$$

$a^2 < (b+c)^2$ $a < b+c$ это верно, так как две стороны одного треугольника больше третьей

Задача №4

Решение

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x^2 + \frac{x}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2\right)$$

$$x + \frac{1}{x} = 3$$

$$= 3 \left(x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}\right) = 3 \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3 \cdot 9$$

05

$$= 27$$

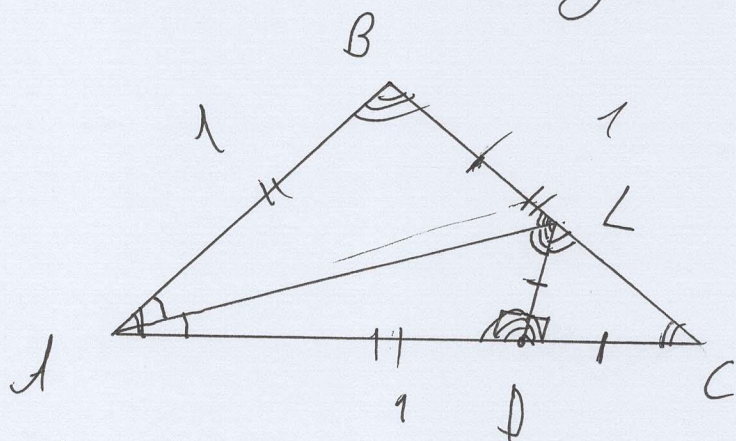
Ответ: ~~$x^3 + \frac{1}{x^3} = 27$~~

Математика
предмет

ШИФР 61-8-М64

Задача 3

205



Решение:

$\triangle ABL = \triangle ADL$ так как
 $\angle LAB = \angle BAL$, AL – общая
 $AB = AL$ значит $\angle ABL = \angle ADL$

$\triangle DLC \sim \triangle ABC$ ($\angle C$ и $\angle L = \angle C$ и $\angle L = \angle C$ и $\angle L = \angle C$), значит $\angle LDC = \angle APL$
получаем $\angle ADL = 90^\circ$, $\angle ABC = 90^\circ$, следовательно
 $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 1^2 + 1^2$ $AC = \sqrt{2}$

Ответ: $AC = \sqrt{2}$ или 1,41

Задача 4

Решение:

$$x + \frac{1}{x} = 3 \quad x^2 + 1 = 3x \quad (x^2 + 3x + 1,5^2) - 1,25 = 0$$

$$(x + 1,5)^2 = 1,25 \quad x_1 = \frac{\sqrt{5}}{2} - 1,5 \quad x_2 = -\frac{\sqrt{5}}{2} - 1,5$$

$$x_1^3 + \frac{1}{x_1^3} = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^3 + \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^3 = \frac{5\sqrt{5}}{8} + \frac{8}{5\sqrt{5}} = \frac{125 + 64}{40\sqrt{5}} = \frac{189}{40\sqrt{5}}$$

Ответ на 3 странице