

ЗАДАНИЯ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА  
ОЛИМПИАДЫ «Я – БАКАЛАВР»  
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-11 КЛАССОВ  
2021/2022 учебный год

ПО МАТЕМАТИКЕ

1	2	3	4	5
0	25	15	0	25

КЛАСС 7

ШИФР 61-7-11-80

**Задание 1.**

Если положительное число  $A$  возвести в шестую степень, то получится число в два раза больше  $A$ . Во сколько раз увеличится результат, если  $A$  возвести в шестнадцатую степень?

**Задание 2.**

За тремя двухместными партами, стоящими друг за другом, сидят Артем, Боря, Вова, Гриша, Дима и Женя. Других учеников в классе нет.

Известно, что:

- Дима постоянно отвлекает сидящего перед ним ученика;
- Боря смотрит в затылок Жене;
- Артем и Гриша – близкие друзья и сидят за одной партой;
- Учитель запретил Вова и Жене сидеть за одной партой.

Кто сидит за второй партой?

**Задание 3.**

В таблице 12 строк и несколько столбцов. Егор расставил в клетки таблицы числа так, что сумма чисел в каждой строке равна 9, а сумма чисел в каждом столбце равна 6. Сколько столбцов в таблице?

**Задание 4.**

На сторонах  $AC$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $D$  и  $E$  соответственно. Известно, что  $AB = BD$ ,  $\angle ABD = 46^\circ$ ,  $\angle DEC = 90^\circ$ . Найдите  $\angle BDE$ , если известно,  $2DE = AD$ .

**Задание 5.**

В специализированном лицее ровно две трети всех парней и ровно седьмая часть всех девушек занимаются киберспортом. Всего же ровно треть лицейстов занимается этим видом спорта. Сколько в лицее парней и девушек, если известно, что в лицее не более 40 человек?



математика

предмет

ШИФР 61-7-М-80

№ 3.

Пусть  $x$  столбцов в таблице.

15

Заметим, что каждое число в таблице принадлежит к-л строке, при том, только 1-ой. То сумма всех чисел в таблице – это сумма сумм чисел во всех строках, т.е.

$$\underbrace{9 + 9 + \dots + 9}_{12} = 9 \cdot 12 = 108.$$

Заметим, что каждое число в таблице принадлежит к-л столбцу, при том, только 1-му.

То сумма сумм сумм всех чисел во всех столбцах таблицы – это сумма всех чисел в таблице. Т.к. в каждом столбце сумма чисел = 6, а столбцов, то сумма сумм чисел во всех столбцах – 6x. А сумма всех чисел в таблице 108. (доказано ранее). А эти величины равны (доказано ранее). Составим уравнение.

$$6x = 108; \quad | :6$$

$$x = \frac{108}{6};$$

$$x = 18.$$

18 столбцов в таблице.

Ответ: 18 столбцов.



математика

предмет

ШИФР 61-7-М-80

№5. Пусть в мизе  $a$  мальчиков и  $b$  девочек. То кибберспортом занимается

(25)  $(\frac{2}{3}a)$  мальчиков и  $(\frac{1}{7}b)$  девочек. Всего

кибберспортом занимается  $(\frac{2}{3}a + \frac{1}{7}b)$  детей,

а всего детей  $(a+b)$ . То всего кибберспортом занимается  $(\frac{1}{3}(a+b))$  детей. Но

нам уже известно, что также кибберспортом занимается  $(\frac{2}{3}a + \frac{1}{7}b)$  детей.

Составим уравнение.

$$\frac{2}{3}a + \frac{1}{7}b = \frac{1}{3}(a+b) \quad | \cdot 3,$$

$$2a + \frac{3}{7}b = a+b \quad | - a$$

$$a + \frac{3}{7}b = b \quad | - \frac{3}{7}b$$

$$a = \frac{4}{7}b.$$

Т.к. кибберспортом занимается целое

число мальчиков, а им занимается

$\frac{2}{3}$  мальчиков  $= \frac{2}{3}a$ , то  $a \div 3$ . Т.к.  $a = \frac{4}{7}b$ ,

то  $\frac{4}{7}b \div 3$ , то или  $\frac{4}{7}$ , или  $b \div 3$ .  $\frac{4}{7} \nmid 3$ , то

$b \div 3$ . Также, кибберспортом занимается

целое число девочек, а им занимается  $\frac{1}{7}$  дев.

$= \frac{1}{7}b$ , то  $b \div 7$ . Т.о.,  $b \div 3$  и  $b \div 7$ , то



$v$ ; (НОК(3;7)). НОК(3;7) = 3·7 = 21, то стр. 3.

$v$ ; 21. Т.к. В лицее записывается натуральное число детей, то  $(a+v) = (1\frac{4}{7}v) \in \mathbb{N}$ , и

$v_{\min} = 21 \cdot \underline{1} = 21$ . То наименьшее кол-во  
детей  $v_3$  лицее - это  $(1\frac{4}{7}v_{\min}) = (1\frac{4}{7} \cdot 21) =$   
 $= (\frac{11 \cdot 21}{7}) = 33$  Меньше учеников быть

не может, теперь докажем, что учеников  
может быть только 33.  
~~не более~~ ~~33~~

Док-во.  
МОП.

Допустим, может, и учеников может быть  $> 33$ .

По условию, учеников  $\leq 40$ , то  
единственное число,  $\in \mathbb{N}$  и  $> 33$  и  $\leq 40$ ,  
это 40. То учеников в таком случае  
только 40. Мы знаем, что всего учеников  
 $(1\frac{4}{7}v)$ . А ранее мы доказали, что их  
может быть только 40. Составим  
уравнение.

$$\begin{aligned} 1\frac{4}{7}v &= 40; \quad | \cdot \frac{7}{7} \\ v &= 40 : \frac{14}{7} \\ v &= 40 \cdot \frac{7}{14} \\ v &= \frac{40 \cdot 7}{14} \\ v &= 21\frac{7}{13} \end{aligned}$$

Тогда,  $(v = 21\frac{7}{13}) \notin \mathbb{N}$ . Но мы знаем, что  $v \in \mathbb{N}$ .  
Противоречие. То первоначальное утверждение



математика

предмет

ШИФР

01-7-М-80

сбр. 4

~~неверно, и учеников  $\leq 39$ .~~

~~Ч.Т.Д.~~

~~То, мы доказали, что учеников может  
быть 39, при этом не более 39 и не менее  
39. То учеников может быть только 39.~~

~~Ответ: 39 девочек и парней.~~

~~Ранее мы доказали, что девочек в этом  
случае 21. То парней  $\frac{4}{7}b = \frac{4}{7} \cdot 21 =$~~

~~$39 - 21 = 18$ .~~

Док - во.

Для При  $b_{\min} = 21$ . случай уже рассмотрен.

Рассмотрим случай для  $b_{\min}$ , где  $b \neq 21$ ,

$b > 21$  и  $b \in \mathbb{N}$ . Тогда,  $b_{\min} = 42$ , и девочек  
минимум 42. Но в школе всего  $\leq 100$  человек,  
то  $b > 21$  быть не может. Ранее уже доказали,  
что  $b < 21$  быть не может, то  $b = 21$ .

Для  $b = 21$  мы уже рассмотрели случаи, то  
иных решений ~~вероятно~~  $\frac{4}{7}b$  цел.

Ч.Т.Д.



То девочек при этом 21, (2-но парней),  
а юношей  $33 - 21 = 12$ . Других  
ответов нет.

Ответ: всего 33 человека,  
21 девушка и 12 парней.

№ 1. По условию,  $A^6 = 2A$ . То  
 $A^{12} = A^6 \cdot A^6 = 2A \cdot 2A = 4A^2$ , а результат  
увеличится в  $\frac{4A^2}{A} = 4A$  раз.

Ответ: в ~~4A~~ раз.

№ 2. Рассмотрим Нешю. Нешю не может  
сидеть за последней партой, т.к. ему в  
затылок смотрит Боря. То он сидит либо  
за 1-ой, либо за 2-ой партой. Для  
дальнейшего решения заметим, что мест всего  
6, и учеников 6, то нет незаполненных мест.  
Если Нешя сидит за 1-ой партой, то  
с ним не может сидеть Вова (по усл.),  
Артём или Груша (т.к. они сидят вместе),  
Боря (т.к. он смотрит Неше в затылок)  
и Дима, ведь он не может сидеть



математика

предмет

ШИФР 61-7-М-80

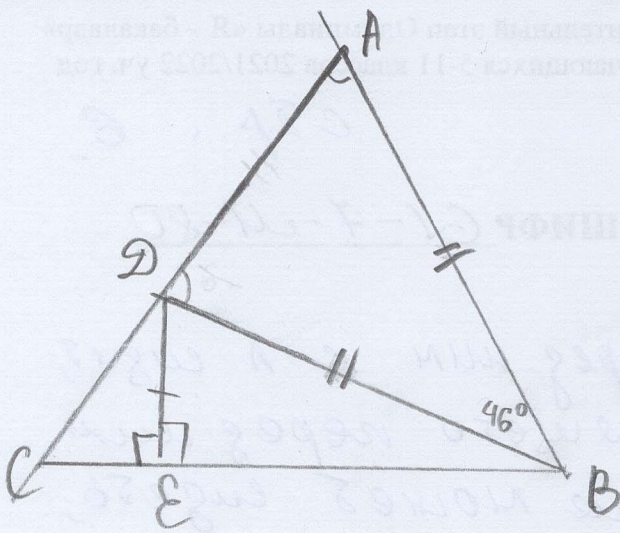
за 1-ой партой, т.к. перед ним к-л сидит, ведь он отвлекает сидящего перед ним. Т.о., с Женей никто не может сидеть, то 1 место пустует, то не такое невозможно (д-но выше). То Женя сидит не за 1-ой партой.

Мы ранее доказали, что он также не может сидеть за последней, то Женя сидит за 2-ой партой. Также, с ним не может сидеть Боря (т.к. он смотрит Женю в затылок), Вова (по условию), Артем или Гриша (т.к. они сидят вместе). Т.о., вместе с ним может сидеть только Дима. То за 2-ой партой сидят Женя и Дима. Что требовалось найти.

Ответ: Женя и Дима.

№4.





Дано: ср ?  
 $\triangle ABC$ ,  
 $D \in AC; E \in BC$ ;  
 $AB = BD; \angle ABD = 46^\circ$ ;  
 $\angle DEC = 90^\circ$ ;  
 $\angle DE = BA$ .  
 Найти  $\angle BDE$

Решение.

① Т.к.  $\angle DE = \overset{AB}{BA}$ , а  $BA = BD$ ,

то  $\angle DE = BD$ !

②  $\angle DEC$  и  $\angle DEB$  — смежные, то по св-ву смежных  $\angle DEC + \angle DEB = 180^\circ$ , и

$$\angle DEB = 180^\circ - \angle DEC = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ,$$

то  $\triangle DEB$  — прямоугольный.

③ В прямоугол.  $\triangle DEB$  катет  $DE$  в

2 раза меньше гипотенузы  $BD$ , то по св-ву прим.  $\triangle$ -ка  $\angle DBE = 30^\circ$ .

④ Сумма острых углов прямоугол.  $\triangle$ -ка  $= 90^\circ$ ,

то в  $\triangle BDE$   $\angle BDE + \angle DBE = 90^\circ$ , и

$$\angle BDE = 90^\circ - \angle DBE = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ.$$

Ответ:  $\angle BDE = 60^\circ$ !