Заключительный этап Олимпиады «Я – бакалавр»
для обучающихся 5-11 классов 2020/2021 уч. год

Математика
предмет

ШИФР 10271748

Задание № 1.

$$\begin{cases} x^2+y^2=z \\ x+y+z=\alpha \end{cases}$$

$$x^2+y^2=\alpha-x-y$$

$$x^2+y^2+x+y=\alpha.$$

$$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}=\alpha$$

$$\left(y+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\alpha+\frac{1}{2}.$$

При $\alpha=-0,5$ единственное решение.

Заключительный этап Олимпиады «Я – бакалавр»
для обучающихся 5-11 классов 2020/2021 уч. год

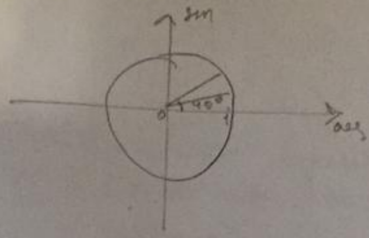
Математика
предмет

**ШИФР** 10271748.

Задание №2.

1) $\frac{\sin 2020}{\sin 2021} = \frac{\sin(220)}{\sin(221)} = \frac{\sin(180+40)}{\sin(180+41)}$

$= \frac{-\cos 40}{-\cos 41} = \frac{\cos 40}{\cos 41}.$




2). $\frac{\sin 2022}{\sin 2023} = \frac{\cos 42}{\cos 43}$

3) $\frac{\cos 40}{\cos 41} \quad \frac{\cos 42}{\cos 43}$

$\cos 40 \cdot \cos 43 < \cos 41 \cdot \cos 42.$

$\frac{1}{2}(\cos 83 + \cos 3) < \frac{1}{2}(\cos 83 + \cos 1)$

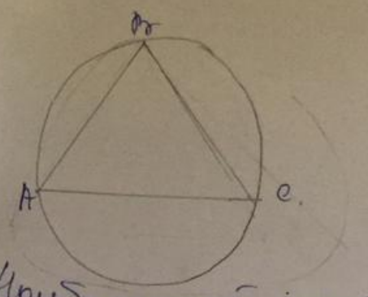
$\cos 3 < \cos 1.$

Ответ: $\frac{\sin 2020}{\sin 2021} < \frac{\sin 2022}{\sin 2023}.$

Математика
предмет

ШИФР 110271748

Задание № 3.




Пусть $AB = x$, тогда по теореме косинусов

$a^2 = x^2 + x^2 - 2x \cdot x \cos\alpha$.

$a^2 = 2x^2 - 2x^2 \cdot \cos\alpha$.

$a^2 = x^2(2 - 2\cos\alpha)$

$x = \dfrac{a}{\sqrt{2 - 2\cos\alpha}}$

Наибольший периметр будет, если треугольник равнобедренный.

Тогда $P = 2x + a = \dfrac{2a}{\sqrt{2 - 2\cos\alpha}} + a$.

Математика
предмет

**ШИФР** 10271748.

Задание № 4.

$$-\begin{cases} m+a=k^2 \\ m-b=m^2 \end{cases}$$

$a+b=k^2-m^2=2021$

$k^2=2021+m^2$

$$-\begin{cases} n+a=k^2 \\ n-b=m^2 \end{cases}$$

$a+b=k^2-m^2=2021.$

$k^2-m^2=2021$

$k^2=2021+m^2$

$(k-m)(k+m)=2021$

$43 \qquad 47$

$(45-2)(45+2)=2021$

$\Rightarrow k=45,\ m=2.$

$$\begin{cases} n+a=(45)^2 \\ n-b=2^2 \end{cases}$$

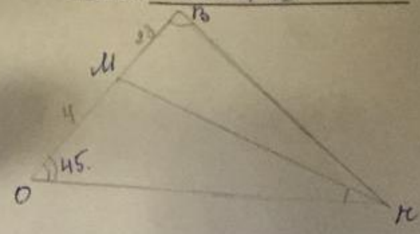
$$\begin{cases} n+a=2025 \\ n-b=4 \end{cases}$$

число n - натуральное, т.е от 1 до n.
значит от 5 до 2000.

Ответ: 1995

Математика
предмет

ШИФР 10271748




Задание №5.

Дано:

$\triangle OBH$

$M \in OB$

$OM = 4$

$MB = 28$.

$\angle BOH = 45^\circ$

$\angle OHM = \angle OBH$.

Найти: $S_{\triangle OBH}$.

Решение:

1). $OB = OM + MB$.

$OB = 4 + 28 = 32$.

2) Рассмотрим $\triangle OHM$ и $\triangle OBH$.

$\angle O$ - общий. $\Rightarrow \triangle OHM \sim \triangle OBH$

$\angle OHM = \angle OBH$. по I признаку.

3) $\frac{OM}{OH} = \frac{OH}{OB}$.

$OH^2 = OM \cdot OB$

$OH = \sqrt{OM \cdot OB}$.

$OH = \sqrt{4 \cdot 32}$.

$OH = \sqrt{128}$

$OH = 8\sqrt{2}$.

4) $S_{\triangle OBH} = \frac{1}{2} OB \cdot OH \cdot \sin 45^\circ$.

$S_{\triangle OBH} = \frac{1}{2} \cdot 32 \cdot 8\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

$S_{\triangle OBH} = \frac{1}{2} \cdot 32 \cdot 8 = 128$.

Ответ: $S_{\triangle OBH} = 128$.